

# Wiskunde in de bovenbouw van havo en vwo

– feiten en overwegingen –

Kees Hoogland (APS) (K.Hoogland@aps.nl)

Peter van Wijk (APS)

Versie 1 juli 2011

## Aanleiding van deze notitie

Op 20 juni 2011 werd APS benaderd door de Onderwijsraad met de vraag in een beknopte notitie enige achtergrondinformatie te geven over de actuele stand van zaken van het wiskundeonderwijs in de bovenbouw van havo en vwo. In zeer korte tijd hebben wij onderstaande informatie verzameld en geordend. Deze notitie heeft geen wetenschappelijke pretentie. Hij is slechts bedoeld voor meningsvorming en globaal overzicht. Voor een gedegen en geannoteerde notitie zou meer tijd uitgetrokken moeten worden. Wij houden ons aanbevolen voor nadere detailleringen.

## Korte historie

### 1968-1985 wiskunde I en wiskunde II

In het vwo bestonden de vakken wiskunde I en wiskunde II. Wiskunde I was verplicht voor studies in exacte vakken en in toenemende mate voor studies in de sociale wetenschappen. Deelnamepercentage was rond de 60 %, de overige 40% koos geen wiskunde. Wiskunde II werd gekozen door een zeer selecte groep exact talent.

In het havo bestond het vak wiskunde. Wiskunde was verplicht voor technische vervolgstudies.

Deelnamepercentage was rond de 50%, de overige 50% koos geen wiskunde. Resultaten waren laag (helpt onvoldoende).

1968 - 1985		Examenjaar 1987
Vwo		
	Wiskunde I	60%
	Wiskunde II	(< 5%, naast Wiskunde I)
	Geen wiskunde	40%
Havo		
	Wiskunde	50%
	Geen wiskunde	50%

Bron: geschatte aantallen

### 1985 – 1998 wiskunde A en wiskunde B

“HEWET (1985) gaf ons de wiskunde A en wiskunde B. Wiskunde A was bedoeld als voorbereiding voor gammastudies en ter bevordering van de maatschappelijke gecijferdheid. Wiskunde B probeerde meer aan te sluiten bij technische studies. Deze hervervorming van wiskunde I en wiskunde II was een serieuze poging de schoolprogramma's beter af te stemmen op wat er later mee moet of kan worden gedaan. Door wiskunde A te ontdoen van datgene wat altijd centraal had gestaan in de schoolwiskunde, bewijzen en omgaan met algoritmen, en te richten op modelvorming en gebruik van wiskunde in andere vakken, deed men een serieuze poging de leerlingen een maatschappelijk bruikbaar vak aan te bieden. Alle mooie woorden over de maatschappelijke relevantie van de wiskunde kregen eigenlijk pas in 1985 een eerste echte concretisering. Tot die tijd was de wiskunde in het voortgezet Onderwijs het domein van de academische wiskundigen.”  
Wim Groen (2003), Vier decennia wiskundeonderwijs, NAW

In 1985 werd in het vwo wiskunde A en B ingevoerd (examenjaar 1988). Belangrijkste reden was het grote percentage leerlingen dat geen wiskunde koos en de geringe relevantie van het programma wiskunde voor de sociale en economische studies. In 1988 werd in havo wiskunde A en B ingevoerd (examenjaar 1990). Wiskunde B bestond uit meer technische en abstracte algebra en meetkunde en was bedoeld voor de technische en exacte vervolgopleidingen. Wiskunde A bestond uit praktische toegepaste wiskunde en

statistiek en kansrekening en was bedoeld als een wiskunde voor allen, voor gebruik in dagelijks leven en als voorbereiding op de sociale en economische studies. Dit programma was wereldwijd toen nog uniek en een voorloper in de richting van "mathematical literacy" (gecijferdheid). Nu is het denken over mathematical literacy wereldwijd meer en meer gemeengoed bij de invulling van wiskundecurricula. Temeer omdat een internationaal vergelijking als PISA juist mathematical literacy meet en daarop landen vergelijkt. Succes van Nederland op het PISA-onderzoek is daarom ook grotendeels te verklaren door het invoeren van een vak als wiskunde A en het denken daarachter.

De deelnamepercentages aan enige vorm van wiskunde werd door deze invoering aanzienlijk vergroot. Veel meer leerlingen deden veel meer wiskunde dan daarvoor. Een aanzienlijk percentage deed zowel wiskunde A als Wiskunde B. Nog maar een zeer gering deel van de leerlingen deed geen wiskunde. Overigens wel een gedeelte waar veel pabo-instream uit voorkwam. Het percentage wiskunde B kiezers op havo is echter laag (24%). Een wiskunde B programma havo dat aantrekkelijk en werkbaar is voor 45%-50% van de leerlingenpopulatie is en was een lang gekoesterde wens van velen.

1985 - 1999		Examenjaar 2000	
Vwo			
	Wiskunde B	40% <sup>1)</sup>	
	Wiskunde A	72% <sup>1)</sup>	
	Geen wiskunde	ca. 10% <sup>2)</sup>	
Havo			
	Wiskunde B	24% <sup>1)</sup>	
	Wiskunde A	70% <sup>1)</sup>	
	Geen wiskunde	ca. 15% <sup>2)</sup>	

<sup>1)</sup> bron: Cito examenverslag 2000

<sup>2)</sup> geschat, percentage leerlingen met dubbelkeuze wiskunde A en B is niet exact bekend.

### 1999 – 2007 wiskunde A1, A12 en wiskunde B1 en B12

In 1999 werd de zogenaamde Tweede Fase ingevoerd met vier profielen (vwo examenjaar 2002, havo examenjaar 2001). Elk profiel had een eigen wiskundevariant. Die varianten hadden in eerste instantie een sterke interne logica: wiskunde B1 en het uitgebreidere wiskunde B12 waren bedoeld voor de exacte profielen. Wiskunde A1 en het uitgebreidere wiskunde A12 waren bedoeld voor de maatschappijprofielen. Het denken in varianten per profiel was niet uniek voor wiskunde. Veel vakken kende varianten voor de verschillende profielen, onder andere exacte vakken en talen.

1999 -2005			Examenjaar 2004
Vwo	Profiel		
	NT	Wiskunde B12	21% <sup>1)</sup>
	NG	Wiskunde B1 (eventueel A12)	29% <sup>1)</sup> <sup>2)</sup>
	EM	Wiskunde A12	36% <sup>1)</sup>
	CM	Wiskunde A1	18% <sup>1)</sup>
Havo	NT	Wiskunde B12	13% <sup>1)</sup>
	NG	Wiskunde B1 (eventueel A12)	17% <sup>1)</sup> <sup>2)</sup>
	EM	Wiskunde A12	44% <sup>1)</sup>
	CM	Wiskunde A1 (alleen schoolexamen)	ca. 25%

<sup>1)</sup> bron: Cito examenverslag 2004

<sup>2)</sup> door de vele keuzemogelijkheden zijn exacte cijfers van welke leerlingen in welk profiel nu precies welke wiskunde deed nauwelijks meer te achterhalen

Wiskunde was dus op dit moment verplicht voor alle leerlingen.

Echter ergens vroeg in deze periode is op vrij onopgemerkte wijze een regeling doorgevoerd met wat naar later bleek vérstreckende gevolgen. Er werd toegestaan dat het profiel NG ook afgerond kon worden met de wiskundevariant wiskunde A12 in plaats van de eerder geprogrammeerde variant wiskunde B1.

Op dat moment werd de interne logica van de programma's, die ingezet was in 1985, doorbroken.

Leerlingen konden nu opeens een exact profiel doen met wiskunde A. Tegelijkertijd verlaagden vrijwel alle vervolgoopleidingen hun instroomeisen (zie paragraaf doorstroomrelevantie).

### 2007-2014 wiskunde A, B, C en D

Bij de herziening van de Tweede Fase in 2007 (vwo examenjaar 2010, havo examenjaar 2009) werd er een andere naamgeving ingevoerd voor de varianten en werd de doorbroken interne logica rond wiskunde A en B de norm.

2007 - 2014			Examenjaar 2010
Vwo	Profiel		
	NT	Wiskunde B (+ keuzevak wiskunde D)	Wiskunde B 46%
	NG	Wiskunde A (of wiskunde B)	<sup>1)</sup>
	EM	Wiskunde A	Wiskunde A 45%
	CM	Wiskunde C	10%
Havo	NT	Wiskunde B (+keuzevak wiskunde D)	Wiskunde B 26 %
	NG	Wiskunde A (of wiskunde B)	<sup>1)</sup>
	EM	Wiskunde A	Wiskunde A 66%
	CM	geen wiskunde (keuzevak wiskunde A)	8 %

bron: Cito examenverslag 2010

<sup>1)</sup> Precieze uitsplitsing kan moeilijk bepaald worden. Er worden geen cijfers over bijgehouden. Ook EM-leerlingen mogen soms wiskunde B doen. Het percentage is besloten in de percentages eronder en erboven.

Ook werd de verplichte wiskunde voor havo CM weer van het programma afgevoerd. Ons is geen onderzoek bekend naar positieve of negatieve effecten van het verplicht stellen van wiskunde voor havo CM.

Bovendien nam bij deze wijziging het aantal studielasturen voor wiskunde significant af. Leerlingen krijgen vanaf 2007 gewoon veel en veel minder lessen wiskunde in de bovenbouw van havo en vwo. Dat heeft uiteraard direct effect op het kennisniveau van deze leerlingen. Dat is niet direct zichtbaar in de examenresultaten omdat de examens aan deze nieuwe situatie zijn aangepast.

Vulgoopleidingen klagen in toenemende mate over de geringe wiskundekennis van de instromende leerlingen. Leerlingen voelen zelf in toenemende mate het gebrek aan een adequate voorbereiding op vervolgoopleidingen. Echter, nagenoeg alle vervolgoopleidingen in het hbo stellen hooguit het profiel NG met wiskunde A verplicht. Decanen raden veelal de keuze van wiskunde B af.

### 2015 - .. wiskunde A, B, C en D nieuwe stijl

De commissie Toekomst Wiskunde Onderwijs (cTWO) heeft inmiddels nieuwe programma's ontwikkeld voor wiskunde A, B, C en D. Deze behelzen een belangrijke modernisering van de inhoud, echter wel binnen de gegeven kaders van vier profielen, vier wiskundevakken (A, B, C en D) en de geringe huidige studielast. De invoering van deze programma's staat gepland voor 2015. In de programma's is ook rekening gehouden met de zorg over de algebraïsche vaardigheden en de rekenvaardigheden van leerlingen.

Hieronder volgt een korte karakterisering van de voorgenomen invulling van die programma's

Havo wiskunde A (320 slv)	Algebra, Verbanden, Verandering, Statistiek en Kansrekening
Havo wiskunde B (360 slv)	Functies, grafieken en vergelijkingen, Meetkundige berekeningen, Toegepaste analyse
Havo wiskunde C	bestaat niet
Havo wiskunde D (320 slv)	Statistiek en Kansrekening, Toegepaste analyse, Ruimtemeetkunde, Wiskunde in technologie, Keuzeonderwerp
Vwo wiskunde A (520 slv)	Algebra, Verbanden, Verandering, Statistiek en Kansrekening, Keuzeonderwerp

Vwo wiskunde B (600 slu)	Formules, functies en grafieken , Differentiaal- en integraalrekening, Goniometrische functies, Meetkunde, Keuzeonderwerp
Vwo wiskunde C (480 slu)	Algebra, Verbanden, Verandering, Statistiek en kansrekening, Logisch redeneren, Vorm en ruimte, Keuzeonderwerp
Vwo wiskunde D (440)	Statistiek en Kansrekening, Dynamische systemen, Meetkunde, Complexe getallen, Dynamische systemen, Wiskunde in wetenschap, Keuzeonderwerp

Bron: www.ctwo.nl

## Leerlingpopulatie en resultaten op wiskunde-examens

Elk jaar stijgt het relatieve aantal leerlingen dat instroomt in havo en vwo.

	1990	2000	2005	2009
Havo	17	21	22	23
Vwo	15	18	19	21

Bron: Inspectie, Onderwijsverslag 2009

Het percentage onvoldoendes op wiskunde-examens A en C zijn standaard tussen de 25% en 30% ongeacht de veranderingen in programma's of doelgroepen. Dat is vergelijkbaar met alle andere vakken. Wiskunderesultaten op wiskunde-examens A en C dragen derhalve niet extra bij aan het aantal afgewezen kandidaten.

	Havo				Vwo			
2000	WA	WB		2000	WA	WB		
gemidd	7,0	6,1		gemidd	6,2	6,0		
% onvold	11%	34%		% onvold	29%	41%		
2005	WA12	WB1	WB12	2005	WA1	WA12	WB1	WB12
gemidd	6,2	6,1	6,4	gemidd	6,3	6,2	6,2	6,4
% onvold	26%	30%	21%	% onvold	27%	29%	30%	27%
2010	WA	WB		2010	WA	WB	WC	
gemidd	6,3	5,9		gemidd	6,2	6,4	6,2	
% onvold	27%	38%		% onvold	25%	30%	26%	

Bron: Cito Examenverslagen

De enige uitzondering is wiskunde B waar percentages onvoldoendes van ruim boven de 30% regelmatig voorkomen. Dit zou een van de verklaringen kunnen zijn waarom het vak steeds verder aan populariteit inboet en waarom wiskunde A een steeds grotere rol gaat spelen in het natuurprofiel NG. Er is ook al lang een roep om een wiskunde B programma dat niet overladen is en waarvoor een serieus aantal studielasturen beschikbaar zijn.

## Studielast wiskunde en lesuren

Scholen hanteren meestal een vaste omrekenfactor van studielast naar lesuren. Die factor verschilt sterk per school.

vak	slu	Minimum lestijd	Maximum lestijd	gemiddeld
Havo wiskunde A	320	86 (26,9%)	200 (62,5%)	139 (43,4%)
Havo wiskunde B	360	100 (27,8%)	200 (55,6%)	155 (43,1%)
Havo wiskunde D	320	89 (27,7%)	175 (54,7%)	134 (41,9%)

Vwo wiskunde A	520	144 (27,8%)	300 (57,7%)	222 (42,7%)
Vwo wiskunde B	600	167 (27,8%)	300 (50,0%)	254 (42,3%)
Vwo wiskunde C	480	120 (25,0%)	293 (61,0%)	207 (43,1%)
Vwo wiskunde D	440	120 (27,3%)	250 (56,8%)	179 (40,7%)

Bron: Wiskunde-brief 2009 ([www.wiskundebrief.nl](http://www.wiskundebrief.nl))

Het aantal lessen wiskunde in de bovenbouw havo en vwo is internationaal vergeleken zeer laag. In de afgelopen 20 jaar is het aantal lessen wiskunde op het rooster zeer sterk afgenomen met 30% tot wel 50%. Zo was een rooster met 4 of 5 lessen wiskunde per week tot 2000 normaal. Nu is dat vaak 2 of 3 uur per week.

"Duidelijk is dat de contacttijd voor wiskunde B massaal als te krap wordt gezien. Dit geldt het sterkst voor het havo, waar 43% van de respondenten de tijd te krap vindt, en 26% zelfs veel te krap. Op het vwo is het niet veel beter. "  
Enquête Wiskunde-brief, mei 2009

## Doorstroomrelevantie van wiskundevakken

In de jaren 80 van de vorige eeuw was er een kruisjeslijst waarin stond aangegeven welke vakken verplicht waren voor deelname aan welke vervolgopleiding. Wiskunde was verplicht voor de exacte en technische vervolgopleidingen en in toenemende mate voor de sociale en economische vervolgopleidingen. Na de invoering van wiskunde A en B rond 1990 werd wiskunde B verplicht voor de technische en exacte vervolgopleidingen en wiskunde A voor de sociale en economische vervolgopleidingen. De profielen werden rond 2000 ingevoerd om een betere en meer logische aansluiting te krijgen bij vervolgopleidingen. Volvergopleidingen gaven aan welke profielen GEEN toegang gaven tot hun opleidingen. In de afgelopen jaren is echter het vak wiskunde A het hoofdvak voor NG geworden en hebben vervolgopleidingen massaal de eis NT laten vallen, zelfs sommige technische en exacte vervolgopleidingen. Een sterk vermoeden is dat concurrentieoverwegingen hierbij een belangrijke rol spelen. Op dit moment stelt nagenoeg geen enkele vervolgopleiding in het hbo wiskunde B verplicht. Ook decanen raden de keuze van wiskunde B vaak af vanwege de vermeende moeilijkheidsgraad.

### Voorbeeld

Zo zegt Qompas over havo N&G:

#### De profielvakken

Deze vakken zijn verplicht in het profiel Natuur en Gezondheid.

- [Scheikunde](#)
- [Biologie](#)
- [Wiskunde A](#) (mag op de meeste scholen vervangen worden door [Wiskunde B](#). Vraag dit na bij je decaan.)

Bron: <http://profielkeuze.qompas.nl/>

Dat neemt niet weg dat de vervolgopleidingen wel zeer luidruchtig klagen over de kwaliteiten van hun instroom met name op het gebied van rekenvaardigheden en algebraïsche vaardigheden. Kortom: we bevinden ons in een periode waarin er geen enkele consistentie is in de eisen die vervolgopleidingen stellen op het gebied van (rekenen en ) wiskunde. Er is bij ons weten geen systematisch (beleids)onderzoek gedaan naar de effecten hiervan.

## Meer succes in vervolgopleiding met wiskunde in het programma?

Sinds de invoering van de HBS heeft wiskunde een belangrijke rol gespeeld als selectievak. Het vak selecteerde gemiddeld de cognitief sterkere leerlingen uit. Leerlingen met wiskunde I en later wiskunde B in het pakket scoorde beter bij alle vervolgopleidingen, zelfs bij de studies Engels of Frans.

Het selectiedoel was en is in zeker mate strijdig met het doel van het aanbrengen van bruikbare kennis en vaardigheden. Waarschijnlijk behoren nog steeds de leerlingen die wiskunde B doen gemiddeld tot de cognitief sterkere leerlingen, die het op vervolgoopleidingen relatief beter doen. Er is bij ons weten geen systematisch (beleids)onderzoek gedaan naar de effecten hiervan.

## Rekenen en wiskunde

Inmiddels zijn de referentieniveaus rekenen ingevoerd. Leerlingen in havo en vwo dienen binnen de examensystematiek een rekentoets af te leggen op niveau 3F. In die toets zullen conform de aanbevelingen van de commissie Meijerink een aantal opgaven opgenomen worden die de leerlingen zonder rekenmachine moeten uitrekenen en een groter aantal opgaven waarbij beroep gedaan wordt op mathematiseren en probleemoplossen en waarbij de rekenmachine wel is toegestaan.

Voor de betere vwo leerlingen zal deze 3F-toets geen enkel probleem opleveren. Voor de leerlingen op het vwo die zwak zijn in wiskunde, en moeite hebben een voldoende te halen voor wiskunde C, is mogelijk de rekentoets 3F ook een probleem. Hun kans op diplomering wordt door de invoering van rekentoets verlaagd.

Voor de betere havo leerlingen zal deze 3F-toets geen enkel probleem opleveren. Voor de leerlingen op het havo die zwak zijn in wiskunde, of in het profiel Cultuur en Maatschappij geen wiskunde hebben, is de rekentoets 3F mogelijk een probleem. Hun kans op diplomering wordt door de invoering van rekentoets verlaagd.

Er is bij ons weten geen (systematisch) onderzoek of deze leerlingen op dit moment ernstige belemmeringen hebben bij vervolgoopleidingen op het gebied van rekenen. De vervolgoopleidingen klagen wel over de rekenvaardigheid en nemen ook toetsen af waaruit naar hun idee blijkt dat de rekenvaardigheid van hun studenten te laag is. Er zijn echter geen gegevens bekend of het succes van die leerlingen ook echt afneemt in die opleidingen.

De instroom naar de pabo wordt geconfronteerd met de instapeisen die de pabo's tegenwoordig stelt. Daar heeft een te geringe rekenvaardigheid consequenties voor het succes op de opleiding.

Die instapeisen zijn overigens een eerste voorbeeld van hoe vervolgoopleidingen de diploma's van het voortgezet onderwijs niet automatisch meer waarderen als voldoende voor instroom in hun opleiding, maar liever een beroep doen op eigen instaptoetsen. Op deze wijze wordt sluipenderwijs het civiel effect van diploma's voortgezet onderwijs ondermijnd.

Meer aandacht voor rekenen wordt nu afgedwongen door exameneisen, terwijl er geen studielast voor gereserveerd wordt (wel eisen stellen, geen onderwijs bieden). Dat betekent in de praktijk dat het aantal lessen voor wiskunde nog verder onder druk kan komen te staan. Een goede integratie van rekenvaardigheden en algebraïsche vaardigheden in de wiskundevakken in de verschillende profielen met de daarbij behorende uitbreiding van de studielast lijkt een effectievere en consistentere oplossing om het niveau te verhogen. Zie ook de laatste paragraaf.

## Technologie en basisvaardigheden (rekenen en algebra)

In 1998 is bij de invoering van de Tweede Fase bij de wiskundeprogramma's een grafische rekenmachine verplicht gesteld. Hiermee ontstond een programma dat vooruitstrevend was op het gebied van het gebruik van technologie bij wiskundeonderwijs.

Klachten van vervolgoopleidingen over de rekenvaardigheden en algebraïsche vaardigheden van leerlingen zijn er gedurende de gehele vorige eeuw geweest. De eerste jaren van deze eeuw zijn die echter sterk toegenomen, hoogstwaarschijnlijk omdat de leerlingen vooral gewend waren gebruik te maken van hun "handheld tool", eerst de zakrekenmachine en later de grafische rekenmachine.

Er zijn veel indicaties dat vervolgoopleidingen niet goed op de hoogte zijn en waren van de veranderde manier van werken van leerlingen. Ook is het wel mogelijk dat de leerlingen inmiddels te veel zijn gaan vertrouwen op hun technologische gereedschappen zodat conceptueel voortbouwen op parate kennis steeds lastiger wordt. Inmiddels is er een redelijke consensus over dat het beheersingsniveau van geautomatiseerde wiskundige en in het bijzonder algebraïsche vaardigheden voortdurende en zorgvuldige aandacht en toetsing vraagt. Het belang van goede basisvaardigheden wordt vanuit het hoger onderwijs sterk benadrukt en ook door cTWO onderschreven. Dit heeft de concept-examenprogramma's Wiskunde voor 2015 dan ook in belangrijke mate beïnvloed. Het herstel van basisvaardigheden is dus al in volle gang.

*"Om dit in kaart te brengen heeft het projectteam van cTWO een tussenevaluatie uitgevoerd van de 2007-programma's [cTWO, 2009]. Wiskundedocenten hebben een enquête ingevuld (n = 193), een beperkt aantal docenten is geïnterviewd, de 2007-edities van schoolmethodes zijn vergeleken met de voorgaande edities en leerlingen van klas 5 en van klas 6 hebben een vergelijkende algebra-toets gemaakt. De resultaten van dit alles suggereren een duidelijke trend naar een betere beheersing van de algebraïsche vaardigheden. Zo presteren leerlingen van vwo-5, die het 2007-programma doorlopen, beter dan leerlingen van vwo-6 (oude programma). cTWO heeft de stellige verwachting dat het herstel van de algebraïsche vaardigheden, zoals ingezet in het 2007-programma, voldoende garantie geeft voor de aansluiting met het hoger onderwijs en acht verdere aanscherping op dit punt niet nodig."*

*Bron: Evaluatie cTWO (2009)*

In de laatste jaren zien we ook een regelmatig opduikende suggestie om technologische hulpmiddelen in zijn geheel te verbieden bij reken- en wiskundeonderwijs. Dat is een richting die zeer waarschijnlijk het onderwijsniveau in wiskunde snel naar of tot onder het Europees gemiddelde zal doen dalen en is ook een tendens die ingaat tegen de wereldwijde tendens om in de 21<sup>e</sup> eeuw meer technologie te gebruiken in het onderwijs.

## Wiskunde verplicht?

De belangrijkste reden om wiskunde verplicht te stellen is omdat alle leerlingen in de hedendaagse maatschappij in staat moeten zijn om kritisch om te gaan met de kwantitatieve kant van de wereld om ons heen (definitie Gecijferdheid). Daarover is wereldwijd consensus. Het lukt echter weinig landen om ook een wiskundevak aan te bieden dat voor grote groepen leerlingen studeerbaar en motiverend is en dat doel bereikt. Er wordt vaak teruggevallen op een technisch, abstract en selectief wiskundeonderwijs. Sinds 1985 hebben wij in Nederland wiskunde A en hebben daarmee ook periodes gehad waarin wiskunde verplicht was voor alle leerlingen.

Na de invoering van wiskunde A en B in 1988 was de populatie leerlingen die geen wiskunde deed aanzienlijk geslonken van rond de 50% naar rond de 10%. Wiskunde A was een programma dat voor bijna alle leerlingen te doen was. In de beginjaren na de invoering van de Tweede Fase in 1999 was enige vorm van wiskunde enige tijd verplicht voor alle leerlingen. Daarna is dat weer losgelaten.

Er zijn geen onderzoeken gedaan naar het effect van die beleidswijzigingen op het functioneren van leerlingen op vervolgoopleidingen of hun verder functioneren. Er zijn vooral argumenten van organisatorische aard genoemd door schoolleiders. Met name de organiseerbaarheid en de betaalbaarheid van kleine verschillende groepen met een eigen wiskundeprogramma's was een veelgehoord argument om tegen verplichting te zijn. Op dit moment heeft wiskunde A vrijwel de rol van wiskunde B overgenomen en is ook aanzienlijk verzwakt. Voor het vwo is nu wiskunde C de wiskunde die goed te doen zou moeten zijn voor alle leerlingen. Voor havo is er (nog) geen wiskunde C. Bij een eventuele verplichting van wiskunde voor alle leerlingen is dus een belangrijke overweging of er een wiskundeprogramma wordt aangeboden dat voor de gehele populatie een betekenisvol en onderwijsbaar programma is.

In de volgende en laatste paragraaf zullen we die situatie schetsen.

**Toekomstbeeld:    alfa = C    beta = B    gamma = A**

In deze paragraaf wordt een suggestie gedaan voor een werkbaar en uitdagend toekomstbeeld voor wiskunde in de bovenbouw van havo en vwo.

De praktijk leert dat er drie hoofdstromen zijn in de bovenbouw van havo en vwo: sociaal-economisch, exact en cultureel. De commissie Toekomst WiskundeOnderwijs (cTWO) heeft voor deze drie stromingen zeer adequate en moderne programma's ontwikkeld: Wiskunde A, Wiskunde B, en wiskunde C.

In het exacte profiel het vak wiskunde B.

Wiskunde B in deze visie is een substantieel wiskundevak, dat een vergelijking met internationale standaarden doorstaat. Vergeleken met de huidige situatie zou het aanzienlijk uitgebreid moeten worden in studielasturen (tot minimaal 15% van de totale studielast) om een volwaardig en studeerbaar exact vak te worden. Dan kunnen ook elementen van wiskunde D daarin opgenomen worden en kan bovendien ruimschoots aandacht besteed worden én aan algebraïsche vaardigheden én aan gebruik van technologie.

Technische, exacte en medische vervolgopleidingen zouden een profiel met wiskunde B als doorstroomrelevant moeten aanmerken.

In het sociaal-economische profiel het vak wiskunde A

Wiskunde A is in deze visie een mooi en breed vak voor de zeer grote groep sociaal-ecomisch geïnteresseerde leerlingen. Bij voldoende studielast (minimaal 13% van de totale studielast) kan daarin aandacht besteed worden aan toegepaste analyse (modelleren), statistiek, maar ook aan rekenvaardigheid en gebruik van technologie.

Economische, sociale en sociaalwetenschappelijke vervolgopleidingen zouden een profiel met wiskunde A als doorstroomrelevant moeten aanmerken.

In het culturele profiel het vak wiskunde C.

Wiskunde C voor vwo is in deze visie en in de plannen en de pilots van cTWO een prachtige mengeling van logisch denken, culturele toepassingen en praktische wiskunde. Leerlingen vinden het programma motiverend en uitdagend.

Bij voldoende studielasturen (minimaal 10% van de totale studielast) kan ook rekenvaardigheid in dit vak opgenomen worden. Voor havo is een vergelijkbaar vak vrij eenvoudig te ontwerpen.

Wiskunde C zou dan verplicht gesteld kunnen worden voor alle leerlingen havo of vwo in het culturele profiel.

Er zou dan geen aparte rekentoets meer nodig zijn. De referentieniveaus 3F, 3S, 4F en 4S zijn dan expliciet in deze profielvakken opgenomen en worden daarmee centraal geëxamineerd.



## Bijlage: Resultaten op wiskunde-examens uitgebreid

Percentage leerlingen per schoolsoort (3<sup>e</sup> leerjaar)

	1990	2000	2005	2009
Vwo	15	18	19	21
Havo	17	21	22	23
Vmbo (inclusief leerwegondersteuning)	66	58	54	50
Praktijkonderwijs	1	2	3	3
Voortgezet speciaal onderwijs	1	1	2	3
<b>Totaal</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>
<b>Totaal aantal leerlingen derde leerjaar</b>	<b>203.100</b>	<b>203.800</b>	<b>213.800</b>	<b>205.600</b>

Bron: onderwijsinspectie

Alle overige gegevens hieronder kunnen gevonden worden op de website van het cito.

2000

Tabel 29 Algemene gegevens van het CE Wiskunde A 2000

	wa HAVO oude stijl	wa 1, 2 HAVO nieuwe stijl	wa VWO
Totaal aantal kandidaten	32985	1406	24132
Steekproefgrootte	1955	902/570	2255
Aantal vragen	19	19	19
P'-waarde van het examen jongens + meisjes	67	61	58
P'-waarde, alleen jongens	69	61	61
P'-waarde, alleen meisjes	66	60	56
Maximumscore	90	90	90
Gemiddelde score	60	54	52
Normeringsterm	1,0	1,0	1,0
Gemiddeld cijfer	7,0	6,4	6,2
Percentage onvoldoendes (<5.5)	11	21	29
Standaardafwijking	12,6	12,7	14,7
Betrouwbaarheid	0,67	0,66	0,78
Standaardmeetfout	7,3	7,1	6,9

Tabel 30 Algemene gegevens van het CE Wiskunde B 2000

	wb HAVO oude stijl	wb1 HAVO nieuwe stijl	wb1, 2 HAVO nieuwe stijl	wb VWO
Totaal aantal kandidaten	11366	437	495	13443
Steekproefgrootte	2001	306/306	380/374	1976
Aantal vragen	19	20	18	15
P'-waarde van het examen jongens + meisjes	54	40	49	52
P'-waarde, alleen jongens	56	39	49	52
P'-waarde, alleen meisjes	48	42	47	51
Maximumscore	90	90	88	90
Gemiddelde score	49	37	44	47
Normeringsterm	1,2	2,5	1,6	1,3
Gemiddeld cijfer	6,1	6,2	6,1	6,0
Percentage onvoldoendes (<5.5)	34	31	33	41
Standaardafwijking	15,8	14,3	13,2	16,3
Betrouwbaarheid	0,79	0,75	0,71	0,80
Standaardmeetfout	7,2	7,2	7,2	7,2

2005

Schooltype	vwo	vwo	vwo	vwo	vwo	havo	havo	havo
Leerweg								
Soort examen	CSE	CSE	CSE	CSE	CSE	CSE	CSE	CSE
Vaknaam	Duits 1,2	wiskunde A1	wiskunde A1,2	wiskunde B1	wiskunde B1,2	wiskunde A1,2	wiskunde B1	wiskunde B1,2
Totaal aantal kandidaten	7456	5775	11717	10017	6841	20479	8208	6187
Steekproefgrootte	1977	1999	2195	2178	2061	2142	2142	2002
Aantal vragen	45	21	21	20	20	21	22	22
P <sup>-</sup> waarde totale steekproef	0,70	0,57	0,57	0,58	0,58	0,54	0,59	0,66
P <sup>-</sup> waarde, alleen jongens	0,72	0,56	0,58	0,56	0,57	0,53	0,60	0,66
P <sup>-</sup> waarde, alleen meisjes	0,70	0,57	0,57	0,58	0,59	0,54	0,59	0,66
Maximumscore	49	83	86	87	89	83	82	86
Gemiddelde score	34,39	46,98	49,37	50,07	51,31	44,46	48,59	56,67
Normeringsterm	0,0	1,2	1,0	1,0	1,2	1,4	0,8	0,5
Gemiddeld cijfer	6,3	6,3	6,2	6,2	6,4	6,2	6,1	6,4
Percentage onvoldoendes (<5,5)	22	27	29	30	27	26	30	21
Standaardafwijking	6,3	12,0	11,5	13,1	13,6	11,2	11,9	12,3
Betrouwbaarheid (asympt. GLB)	0,82	0,79	0,73	0,83	0,82	0,78	0,8	0,81
Standaardmeetfout	2,7	5,5	6,0	5,4	5,8	5,2	5,3	5,4

2009

Schooltype/Leerweg	VWO	VWO	VWO	VWO
Soort examen	CSE	CSE	CSE	CSE
Vaknaam	wiskunde A1	wiskunde A1,2	wiskunde B1	wiskunde B1,2
Totaal aantal VO-kandidaten	5309	12992	11965	8162
Steekproefgrootte	2113	2271	2295	2152
Aantal vragen	22	20	18	19
P <sup>-</sup> waarde totale steekproef	0,52	0,54	0,57	0,62
P <sup>-</sup> waarde, alleen jongens	0,54	0,54	0,56	0,61
P <sup>-</sup> waarde, alleen meisjes	0,52	0,53	0,58	0,66
Maximumscore	81	84	80	80
Gemiddelde score	42,2	45,3	45,8	49,6
Normeringsterm	1,5	1,3	0,9	0,9
Gemiddeld cijfer	6,2	6,2	6,1	6,5
Percentage onvoldoendes (<5,5)	31	28	34	28
Standaardafwijking	12,3	11,1	13,5	14,5
Betrouwbaarheid (asympt. GLB)	0,81	0,75	0,83	0,84
Standaardmeetfout	5,3	5,6	5,6	5,7

HAVO	HAVO	HAVO	HAVO	HAVO
CSE	CSE	CSE	CSE	CSE
wiskunde A1,2	wiskunde A	wiskunde B1	wiskunde B1,2	wiskunde B
380	29524	192	109	11589
302	2377	157	83	2291
20	22	22	19	18
0,55	0,55	0,53	0,49	0,44
0,55	0,56	0,54	0,48	0,45
0,55	0,54	0,51	0,50	0,43
83	85	81	84	80
45,9	47,0	42,6	40,8	35,3
1,4	1,4	1,5	2,0	2,0
6,4	6,4	6,2	6,4	6,0
27	27	27	24	38
12,0	13,3	11,0	12,2	12,5
0,82	0,84	0,87	0,85	0,81
5,1	5,4	3,9	4,8	5,4

2010

Schooltype/Leerweg	VWO	VWO	VWO	HAVO	HAVO
Soort examen	CSE	CSE	CSE	CSE	CSE
Vaknaam	wiskunde A	wiskunde B	wiskunde C	wiskunde A	wiskunde B
Totaal aantal kandidaten	15976	16846	3071	32030	12770
Steekproefgrootte	13323	14095	2804	26698	10949
Aantal vragen	20	18	22	23	17
P'-waarde totale steekproef	0,61	0,59	0,60	0,64	0,49
P'-waarde, alleen jongens	0,62	0,61	0,62	0,66	0,50
P'-waarde, alleen meisjes	0,61	0,57	0,60	0,62	0,47
Maximumscore	86	84	77	82	77
Gemiddelde score	52,8	49,7	46,5	52,5	37,4
Normeringsterm	0,7	1,1	0,8	0,5	1,5
Gemiddeld cijfer	6,2	6,4	6,2	6,3	5,9
Percentage onvoldoendes (<5.5)	25	30	26	27	38
Standaardafwijking	11,1	16,0	11,3	12,8	11,4
Betrouwbaarheid (asyp. GLB)	0,72	0,87	0,80	0,85	0,77
Standaardmeetfout	5,8	5,9	5,0	4,9	5,5

## Bijlage Overwegingen bij het programma wiskunde 2015

Bron: [www.ctwo.nl](http://www.ctwo.nl)

### Algemene overwegingen bij het vernieuwde programma

Overwegingen van algemene aard die bij de totstandkoming van de conceptprogramma's een rol spelen betreffen basisvaardigheden, voorkennis uit de onderbouw en overladenheid.

#### *Basisvaardigheden*

Het belang van goede basisvaardigheden wordt vanuit het hoger onderwijs benadrukt. Met de staatssecretaris is cTWO van mening dat een goede beheersing van basisvaardigheden van groot belang is. Dit aspect heeft de concept-programma's in belangrijke mate beïnvloed.

Het herstel van basisvaardigheden kan echter niet tot 2015 wachten. Sterker nog, er zijn sterke signalen dat dit herstel in volle gang is. De door cTWO uitgevoerde inventarisatie van de 2007-programma's laat zien dat basisvaardigheden in de schoolmethoden een grotere plaats innemen, en dat leerlingen van vwo-5 (2007-programma) op dit punt nu al beter presteren dan leerlingen van vwo-6 (oud programma). Daarnaast krijgen de vaardigheden in de onderbouw eveneens meer aandacht, zoals blijkt uit het trajectenboek onderbouw en de vereiste voorkennis voor de Tweede Fase. Samengevat: het herstel van vaardigheden is in volle gang. In vergelijking met de 2007-programma's is verder aanscherping op dit punt niet nodig.

#### *Voorkennis uit de onderbouw*

cTWO heeft samen met SLO de zogenaamde tussendoelen geformuleerd, waarin de vereiste vaardigheden worden beschreven voor eind havo-3 en vwo-3. Hiermee zijn de ingangseisen voor de Tweede Fase vastgesteld.

#### *Overladenheid*

Overladenheid is een belangrijk aandachtspunt bij onderwijsvernieuwing. cTWO gaat ervan uit dat de huidige concept-programma's studeerbaar en onderwijsbaar zijn in de beschikbare sl. Argumenten daarvoor ontleent cTWO aan de ervaringen met de huidige 2007-programma's, aan de ervaringen van experimenteerscholen die op dit moment op kleine schaal met onderdelen uit de nieuwe programma's experimenteren, en op inschattingen van ervaren docenten. Daarnaast geven de bovengenoemde feiten rond het herstel van basisvaardigheden en de versterking van de onderbouw ook aanleiding op dit punt optimistisch te zijn. Dit neemt niet weg dat de inschatting van overladenheid een moeilijke zaak is. De syllabi zijn hiervoor mede bepalend, maar doorslaggevend zijn natuurlijk de ervaringen van de examenpilots. De monitoring van de experimenteerscholen zal hierop alert zijn. Mocht daarbij alsnog overladenheid worden geconstateerd, dan behoort bijstelling, gelet op het tijdspad van invoering, zeker tot de mogelijkheden.

### Speerpunten vernieuwde programma's in het kort

- Denkactiviteiten
- Gebruik grafische rekenmachine op het cse wiskunde B
- Gebruik contexten
- Onderbouw 'revitaliseren' (reken- en algebraïsche vaardigheden)
- Wiskunde C op VWO krijgt een heel eigen gezicht
- Statistiek en kans worden benaderd vanuit grote datasets, toetsing vindt plaats op het schoolexamen

### Toelichting

Het gaat bij denkactiviteiten om wiskunde meer diepgang te geven en te laten zien dat: Wiskunde  $\neq$  verzameling sommen + proefwerk.

De kernactiviteiten bij denkactiviteiten zijn:

- Modelleren en algebraïseren

- Ordenen en structureren
- Analytisch denken en probleem oplossen
- Formules manipuleren
- Abstraheren
- Logisch redeneren en bewijzen

Verder:

-Wiskunde vwo C heeft in het 2007 programma een (voorlopige) invulling gekregen als deelverzameling van vwo A. In het nieuwe programma is voor een invulling gekozen die meer passend is bij het profiel C & M en doorstroomrelevant is voor alfa en meer sociaal gerichte studies. Naast een gedeeltelijke overlap met wiskunde A (algebra en tellen, kansrekening en statistiek) is een aantal nieuwe domeinen opgenomen: Vorm en ruimte en

Logisch redeneren.

-In de B- programma's is een grotere nadruk komen te liggen op algebraïsche vaardigheden, onder meer als geïntegreerd onderdeel binnen de analytische meetkunde. Dit heeft geleid tot een uitwisselingen tussen de B en de D programma's in de meetkunde.

-Binnen het wiskunde A programma is een nieuwe leerlijn Statistiek en Kansrekening ontwikkeld. Uitgangspunt is hierbij de Statistische analyse van grote databestanden waarbinnen de wetmatigheden van de kansrekening een plaats kunnen krijgen.

-Vanuit de vervolgopleidingen is sterke druk op cTWO uitgeoefend om de rol van de grafische rekenmachine terug te dringen op het centraal examen voor wiskunde B. Geadviseerd wordt het gebruik van de grafische rekenmachine op het centraal examen niet te toetsen. Dat betekent dat de rekenmachine wel gebruikt mag worden op het examen maar dat aan dit gebruik geen punten worden toegekend. De toetsing van de inzet van ICT binnen de wiskunde dient een eigen plaats te krijgen binnen het schoolexamen.

-In de vernieuwingscommissies van de bèta vakken is gekozen voor de ontwikkeling van

het onderwijs volgens de context - concept benadering. Hoewel bij de invoering van de HEWET en Hawex programma's (1986, 1988) de inzet van contexten een essentieel onderdeel vormde van de vernieuwingen in die programma's, is een herbezinning op de rol van contexten binnen de wiskunde op haar plaats, met name in het kader van samenhang met de overige bètavakken. Mede vanuit de vervolgopleidingen is de wens naar voren gekomen tot een herbezinning op het gebruik van contexten binnen de wiskunde.