



## Memo

**Aan** drs. A. van der Rest, secretaris-directeur Onderwijsraad  
**Van** Nelleke den Braber, Jos Tolboom; leerplanontwikkelaars wiskunde, SLO, nationaal expertisecentrum leerplanontwikkeling

**Kenmerk**  
**Betreft** Korte notitie over de positie van wiskunde A, B, C en D in de tweede fase van havo en vwo

**Datum** 30 juni 2011

slo

nationaal  
expertisecentrum  
leerplan-  
ontwikkeling

# Korte notitie over de in juni 2011 vigerende wiskundeprogramma's

*Nelleke den Braber, Jos Tolboom, leerplanontwikkelaars wiskunde SLO*

1. Aanleiding: het ministerie van OCW onderzoekt de mogelijkheid het aantal profielen in de tweede fase havo en vwo te reduceren. Wat betekent dit mogelijkserwijs voor het vak wiskunde?
2. De Onderwijsraad stelt de volgende vragen:
  - a. Wat houden, in lekentaal, de vier bestaande soorten wiskunde in (wis A t-m D), of zijn er nog meer vormen (we hebben gehoord dat er een vijfde vorm is)?
  - b. Zou wiskunde verplicht moeten zijn voor iedereen (nu alleen nog niet voor havo II in C en M profiel) en waarom eigenlijk (dus welke argumenten zijn daarvoor aan te voeren),
  - c. Is het bv écht zo dat deze kleine groep leerlingen (met alfa-gamma talenten) anders niet in het hoger onderwijs kan slagen (schoolleiders vinden van wel, zijn niet echt te porren voor verplichting)?
  - d. Is de rekentoets niet genoeg voor hen?
  - e. En als je het zou willen verplichten, wat is dan de 'makkelijkste' vorm van wiskunde voor hen, wiskunde A (zegt het veld) of een nieuw te ontwikkelen vorm dat lijkt op wis C in het vwo (zegt OCW)?
  - f. Verder alle beschikbare cijfers over slagen en zakken in wiskunde,
  - g. Voor welke groep leerlingen wiskunde echt een barrière is op weg naar een diploma (of is dat niet zo)
  - h. En of leerlingen met wiskunde in het pakket beter slagen in het hoger onderwijs dan andere leerlingen?
3. Antwoorden op deze vragen:
  - a. *Wat houden, in lekentaal, de vier bestaande soorten wiskunde in (wis A t-m D), of zijn er nog meer vormen (we hebben gehoord dat er een vijfde vorm is?).*  
Er zijn **vier** soorten wiskunde, maar in totaal **zeven** programma's wiskunde voor havo en vwo (tussen haakjes daarbij de studielasturen [slu] havo/vwo):



- i. Wiskunde A (320 slu havo / 520 slu vwo): een wiskunde gericht op toepassing, met name in economische, sociale en medische wetenschappen. Bedoeld voor de profielen EM en NG (tot 2007 was wiskunde B1 (320 slu havo / 600 slu vwo) de aangewezen wiskunde voor het NG profiel; wiskunde B1,2 (440 slu havo / 760 slu vwo) was de wiskunde voor NT, bestaande uit wiskunde B1 met daaraan toegevoegd:
  - 1. Vwo: Euclidische meetkunde, voortgezette analyse (webgrafieken en limieten) en voor het schoolexamen continue dynamische modellen.
  - 2. Havo: Ruimte meetkunde, verdieping toegepaste analyse (voortgezet differentiëren, goniometrie, exponenten en logaritmen)
 Tot 2007 was wiskunde A1,2 (280 slu havo / 600 slu vwo) de geëigende wiskunde voor het EM profiel).
- ii. Wiskunde B (440 slu havo / 600 slu vwo): een wat meer fundamentele wiskunde, gericht op leerlingen die in het hoger onderwijs exacte en technische studies willen volgen (tot 2007 was wiskunde B1 (320 slu havo / 600 slu vwo) de geëigende wiskunde voor NG; wiskunde B1,2 (440 slu havo / 760 slu vwo) de geëigende wiskunde voor NT). Wiskunde B1 of zelfs B1,2 was mogelijk als keuzevak voor het profiel EM (in plaats van wiskunde A1,2).
- iii. Wiskunde C (480 slu): beoogt voor te bereiden op universitaire studies in de sociale, culturele, juridische en taal- en maatschappijwetenschappen. Wiskunde C wordt op het havo momenteel **niet** aangeboden. Tot 2007 was wiskunde A1 (160 slu havo / 360 slu vwo) de geëigende wiskunde voor het CM profiel. Havo wiskunde A1 werd getoetst met alleen een schoolexamen zonder een centraal examen.
- iv. Wiskunde D (320 slu havo / 440 slu vwo): een verbreding en verdieping op wiskunde B. Profielkeuzevak voor NT-profiel. In het havo heeft het een technologische invulling, in het vwo een meer wetenschappelijke invulling.

slo

nationaal  
expertisecentrum  
leerplan-  
ontwikkeling

*Verplichte studielast aantallen wiskunde voor en na 2007*

Profiel	Wiskunde	slu tot 2007	slu na 2007	% verandering
havo CM	A1	160	0	-100%
havo EM	A1,2 → A	280	320	+14%
havo NG <sup>1</sup>	B1 → A	320	320 <sup>1</sup>	0%
havo NT <sup>2</sup>	B1,2 → B	440	440	0%
vwo CM	A1 → C	360	480	+33%
vwo EM	A1,2 → A	600	520	-13%
vwo NG <sup>1</sup>	B1 → A	600	600 <sup>1</sup>	0%
vwo NT <sup>2</sup>	B1,2 → B	760	600	-21%

Opmerking<sup>1</sup>: dit curriculum is van wiskunde B1 naar wiskunde A gegaan en heeft hierdoor aan 'exactheid' ingeboet. Op zich mag een leerling nu wiskunde B in plaats van wiskunde A kiezen. Maar vervolgoopleidingen kunnen dus niet bouwen op profielen, maar blijven aangewezen op specifieke invulling daarvan. Daarvoor waren de profielen nou juist niet bedoeld. Dit kan men als een feilen van het profielen systeem zien, deels ook veroorzaakt doordat het technisch hoger onderwijs, uit angst voor teruglopende studentenaantallen, al vrij snel de NT-profiel instroomde verving door die van een NG-profiel.

Opmerking<sup>2</sup>: wiskunde D is als profielkeuzevak niet in deze tabel opgenomen. Keuzevakken kunnen niet verplicht worden gesteld in het hoger onderwijs en hebben daarom geen 'doorstroom relevantie'.

De wiskundevakken hebben door de reducties in studielasturen voor de profielen



waar wiskunde cruciaal is voor de vervolgstudie een veer moeten laten in kwaliteit. De Vereniging Samenwerkende Nederlandse Universiteiten (VSNU) klaagt nog steeds (juni 2011) over gebrekkige voorkennis. Echter, het probleem van de gebrekkige algebraïsche vaardigheden is door een accentuering van dit onderdeel in sommige profielen verbeterd. Daar staat voor de Nationale Kennisbank Basisvaardigheden Wiskunde (NKBW) instaptoets weergegeven wat de scores zijn van de WiB1 en WiB12 studenten (09/10) en die van WiB (10/11) op dezelfde toets. Je ziet dat WiB keurig tussen WiB1 en WiB12 eindigt. Tegelijkertijd loopt het niveau van WiA12 achteruit.

- b. *Zou wiskunde verplicht moeten zijn voor iedereen (nu alleen nog niet voor havo IIn in C en M profiel) en waarom eigenlijk (dus welke argumenten zijn daarvoor aan te voeren)?*

Moeten is natuurlijk altijd een groot woord. Wel kan men stellen dat er door de invoering van het Referentiekader rekenen (2010) en de daaruit voortvloeiende rekentoets (havo 2014, vwo 2015) een organisatorisch probleem is gecreëerd voor havo CM, waarin sinds 2007 geen wiskunde meer is opgenomen. Natuurlijk wordt er in andere vakken dan wiskunde ook gerekend, maar in de praktijk blijkt bij ten minste 70% van de scholen de wiskundesectie het rekenbeleid uit te voeren<sup>1</sup>.

- c. *Is het bv écht zo dat deze kleine groep leerlingen (met alfa-gamma talenten) anders niet in het hoger onderwijs kan slagen (schoolleiders vinden van wel, zijn niet echt te porren voor verplichting)?*

Op pabo's zijn grote problemen ontstaan door de gebrekkige wiskundige vaardigheden van instromende studenten. Maar ook rechters en officieren van justitie missen wiskundige vaardigheden om bijvoorbeeld uitzettingen van getuigendeskundigen, bijvoorbeeld van het Nederlands Forensisch Instituut (NFI), als bewijs à charge of als bewijs à décharge goed te kunnen plaatsen (Berger & Aben, 2010). Uitgaande van het referentiekader rekenen is het uitstekend mogelijk een voor de doelgroep (havo CM) nuttig en betekenisvol curriculum wiskunde te ontwikkelen dat:

- i. Het rekenniveau 3S haalt, consolideert en onderhoudt (zoals de expertgroep Rekenen vraagt)
  - ii. Recht doet aan wiskundige mogelijkheden en interesses van de doelgroep
  - iii. Redelijk dicht blijft bij het oude programma wiskunde A1 havo (160 sl)
- d. *Is de rekentoets niet genoeg voor hen?*

Het ministerie zet sterker dan voorheen in op de kernvakken Nederlands, Engels en wiskunde in de onderbouw vo als doorstroomrelevante vakken. Het zou in onze ogen logisch zijn dus ook de havo CM leerlingen met een volwaardig programma wiskunde toe te rusten voor vervolgstudie (pabo bijvoorbeeld) en maatschappij.

- e. *En als je het zou willen verplichten, wat is dan de 'makkelijkste' vorm van wiskunde voor hen, wiskunde A (zegt het veld) of een nieuw te ontwikkelen vorm dat lijkt op wis C in het vwo (zegt OCW)?*

Het meest eenvoudige zou zijn een programma dat dicht ligt bij wiskunde A1 havo (voor 2007 programma). Het daarbij kiezen van de insteek van wiskunde C (een echte oriëntatie op de cultuur van de wiskunde en mogelijk gemaakt door de wiskunde) zou echter zonder meer motivatieverhogend werken voor de doelgroep.

- f. *Verder alle beschikbare cijfers over slagen en zakken in wiskunde.*

Hieronder de gemiddelde resultaten centraal examen/percentage onvoldoenden (<5,5) wiskunde in de periode 2005/2005-2008/2009:

Vak	00-01	01-02	02-03	03-04	04-05	05-06	06-07	07-08	08-09 <sup>1</sup>	09-10 <sup>2</sup>
-----	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	--------------------	--------------------

<sup>1</sup> Enquete uitgevoerd door de werkgroep havo-vwo van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren (NVvW), juni 2011, zie <http://bit.ly/lost2J>.

havo WA1,2	6,3/23	5,8/41	6,1/29	6,2/29	6,2/26	6,1/31	6,5/24	6,5/22	6,4/27	6,3/27
havo WB1	6,1/32	6,1/31	6,0/38	6,0/32	6,1/30	6,2/26	6,1/29	6,5/21		
havo WB1,2	6,5/20	6,4/27	6,3/28	6,2/28	6,4/21	6,3/23	6,3/26	6,4/23	6,0/38	5,9/38
vwo WA1	6,6/19	6,3/29	6,4/25	6,4/24	6,3/27	6,2/31	6,1/30	6,3/27	6,2/31	6,2/26
vwo WA1,2	6,4/25	6,4/23	5,9/38	6,1/32	6,2/29	6,0/30	6,1/30	6,2/29	6,2/28	6,2/25
vwo WB1	5,9/38	6,4/26	6,0/38	6,1/29	6,2/30	6,3/29	6,3/31	6,2/29	6,1/34	
vwo WB1,2	6,2/29	6,6/24	6,5/25	6,5/26	6,4/27	6,2/28	6,4/28	6,4/29	6,5/28	6,4/30

Opmerking<sup>1</sup>: vanaf dit jaar de resultaten van de nieuwe havo programma's wiskunde A (als vervanger van A1,2) en wiskunde B (als vervanger van B1,2)

Opmerking<sup>2</sup>: vanaf dit jaar de resultaten van de nieuwe vwo programma's wiskunde A (als vervanger van A1,2), wiskunde B (als vervanger van B1,2) en wiskunde C (als vervanger van A1).

Opmerking: doordat havo wiskunde A1 wordt afgesloten met alleen een schoolexamen, ontbreekt

Opmerking: de resultaten van het schoolexamen wiskunde blijft voor alle wiskundes traditioneel zeer dicht in de buurt van het centraal examen (gemiddeld over de jaren 2005 t/m 2009). Dit kan te maken hebben met de traditioneel grote overlap tussen de programma's voor CE en SE in de wiskundevakken

In punten bedraagt het resultaat van SE-CE:

Havo wiskunde A: -0,16 (CE is dus iets beter gemaakt dan SE)

Havo wiskunde B: -0,06

Vwo wiskunde A: +0,24

Vwo wiskunde B: +0,2

Het schoolexamen is op dit punt dus geen actuele zorg.

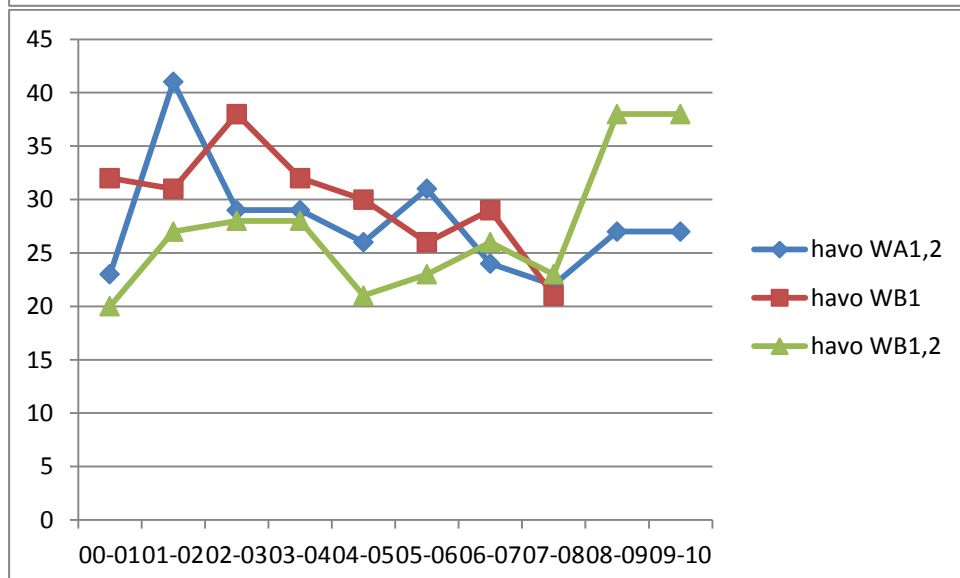
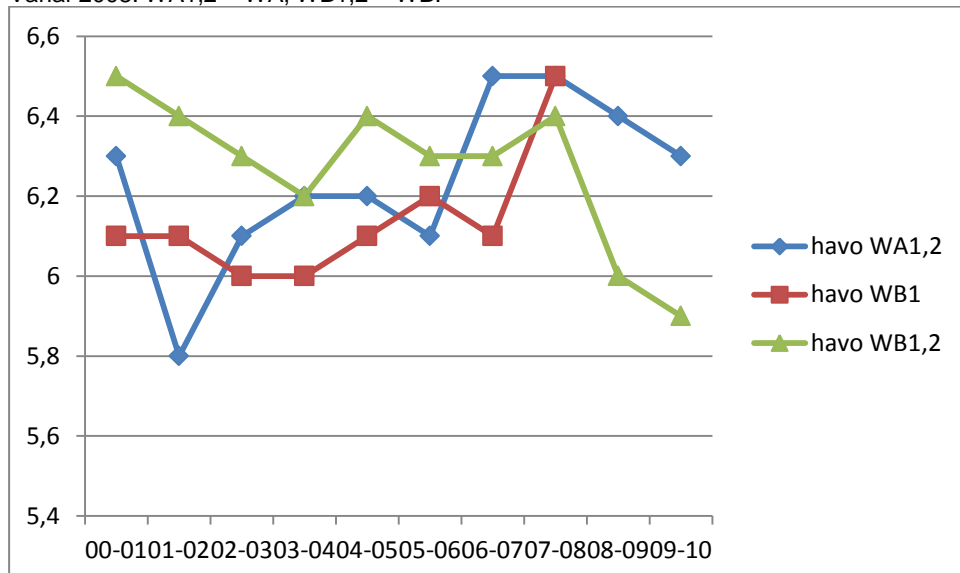
slo

nationaal  
expertisecentrum  
leerplan-  
ontwikkeling

## Enkele zwakke trends in gemiddelde examenresultaten en onvoldoenderpercentages

### Havo

Vanaf 2008: WA1,2 = WA, WB1,2 = WB.



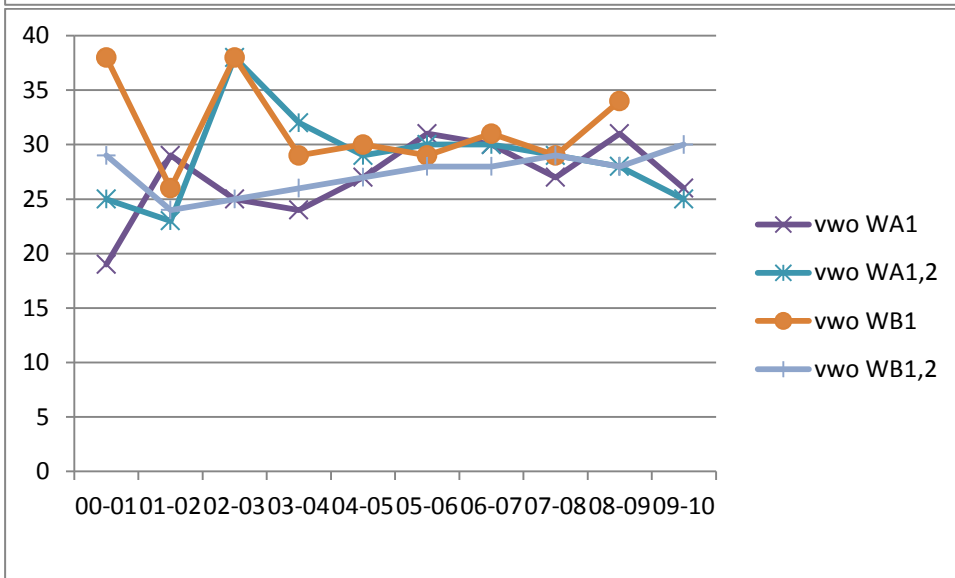
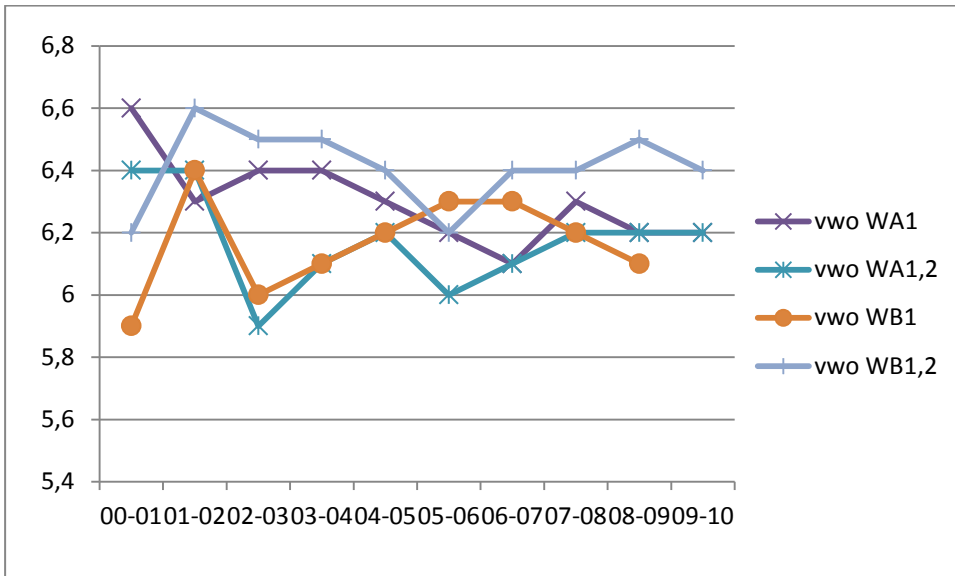
We zien hier een lichte daling van het gemiddelde examencijfer voor wiskunde A en een behoorlijke daling voor wiskunde B bij een stijging van het percentage onvoldoendes sinds de examinering van de nieuwe programma's (2008), met name voor wiskunde B.

### Vwo

Vanaf 2009: WA1 = WC, WA1,2 = WA, WB1,2 = WB.

slo

nationaal  
expertisecentrum  
leerplan-  
ontwikkeling



slo

nationaal  
expertisecentrum  
leerplan-  
ontwikkeling

Er is nog maar korte ervaring met de examinering van de 2007 programma's (bij het vwo nog een jaar minder dan bij het havo). Er lijkt een stabilisering zichtbaar op een tamelijk beperkte bandbreedte in beide variabelen (gemiddelden tussen 6,2 en 6,4 en een onvoldoende percentage tussen 25 en 30).

- g. *Voor welke groep leerlingen wiskunde echt een barrière is op weg naar een diploma (of is dat niet zo)?*

Er zijn altijd groepen leerlingen voor wie wat voor eisen dan ook problematisch zijn. Dus ook voor wie wiskunde moeilijk is. Maar er zijn bijzonder weinig leerlingen die op één vak zakken (examencijfer 3 of lager).

Graag kijken wij verder dan het vo diploma. Door de nieuwe tweede fase van 2007 zijn leerlingen voor wie wiskunde van cruciale doorstroomrelevantie is wiskundig minder breed en diep voorbereid op het hoger onderwijs (vwo EM en NT door sterke urenreductie, vwo NG door in het programma wiskunde B door wiskunde A te vervangen [hoewel de NG leerling nog steeds wiskunde B mag kiezen in plaats van wiskunde A]). Wel is er een verbetering zichtbaar in algebraïsche vaardigheden voor wiskunde B ten opzichte van wiskunde B1 (en een daling ten opzichte van wiskunde B1,2), getuige de resultaten op de toets wiskunde waar veel universiteiten in het



eerste jaar van een exacte studie mee starten (Tempelaar, 2011).

Het is verder een bekend gegeven dat veel gammaopleidingen in hbo en wo in het eerste jaar studenten selecteren door middel van een stevig curriculum wiskunde (of kwantitatieve methoden, of statistiek). Doorstroomrelevantie vraagt erom zoveel mogelijk leerlingen in het VO hierop voor te bereiden.

In internationale vergelijkingen als PISA (2003,2006,2009) blijkt dat onze beste leerlingen het in deze periode (op deze leeftijd, rond 15 jaar) minder goed doen dan in andere ons omringende landen (Kuiper, Van der Hoeven, Folmer, Van Graft, & Van den Akker, 2010). Er is in het Nederlandse onderwijs "weinig aandacht voor de top". Op beleidsniveau wil men dit bestrijden. Meer aandacht voor wiskunde in het NT profiel lijkt hierdoor ook een logische beslissing. Uit een analyse van de PISA resultaten blijkt tevens dat er een positieve correlatie is tussen het aantal (contact)uren dat er in een deelnemend land aan wiskunde wordt gegeven en de score van het land in PISA (*PISA 2006 Science Competencies for Tomorrow's World*, 2007).

- h. *En of leerlingen met wiskunde in het pakket beter slagen in het hoger onderwijs dan andere leerlingen?*

Er is tamelijk consistent wetenschappelijk bewijs dat prestaties in wiskunde relatief sterke voorspellers zijn van later intellectueel succes. Sommige studies wijzen zelfs uit dat wiskundeprestaties de sterkste enkelvoudige voorspellers zijn (Duncan et al., 2007; Pagani, Fitzpatrick, Archambault, & Janosz, 2010; Rhoades, Warren, Domitrovich, & Greenberg, 2010; Steen, 1987). Dit zou een onderbouwing kunnen vormen van de gewoonte in het hoger onderwijs om wiskunde meteen in het eerste jaar te gebruiken als een selectie criterium: wie dit haalt, haalt meestal de opleiding. Waarmee niet gezegd is dat diegenen die het niet halen de opleiding anders niet gehaald zouden hebben.

- i. *Opmerking:*

Op dit moment wordt er op uitgebreide schaal gewerkt aan de afstemming van de verschillende wiskundeprogramma's op de verschillende doelgroepen in het kader van de vernieuwde examenprogramma's wiskunde van de commissie Toekomst Wiskundeonderwijs (cTWO). Het verdient aanbeveling de bevindingen van cTWO te verwerken in mogelijke profielwijzigingen. Het advies van cTWO aan de minister is gepland voor het einde van 2012.

- j. *Opmerking:*

In de westerse onderwijswereld wordt vaak gekeken naar Finland, dat het goed doet in internationale vergelijkingsonderzoeken. Het Finse wiskundecurriculum voor upper secondary education (*National Core Curriculum for General Upper Secondary Education Intended for Young People 2003, 2003*) is modulair opgebouwd, met vakken in twee "stromen": 'Basic' en 'Advanced'. Er zijn basic equivalenten van advanced vakken, zodat een leerling van advanced kan terugschakelen naar basic. Beide stromen bieden specifieke keuzevakken ('Getaltheorie en logica' voor advanced; 'Wiskundige economie' voor basic). De keuze in het Finse model is dus beperkt. De opbrengsten, volgens internationaal vergelijkend onderzoek, zijn niettemin hoog.

slo

nationaal  
expertisecentrum  
leerplan-  
ontwikkeling

## Referenties

- Berger, C. E. H., & Aben, D. J. C. (2010). Bewijs en overtuiging: Rationeel redeneren sinds Aristoteles. *Expertise en Recht*(2), 52-56.
- Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P., et al. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental Psychology*, 43(6), 1428-1446.
- Kuiper, W., Van der Hoeven, M., Folmer, E., Van Graft, M., & Van den Akker, J. (2010). *Leerplankundige analyse van PISA-trends*. Enschede: SLO.



- National Core Curriculum for General Upper Secondary Education Intended for Young People 2003.* (2003). Helsinki: Finnish National Board of Education.
- Pagani, L. S., Fitzpatrick, C., Archambault, I., & Janosz, M. (2010). School readiness and later achievement: A French Canadian replication and extension. *Developmental Psychology*, 46(5), 984-994.
- PISA 2006 Science Competencies for Tomorrow's World.* (2007). OECD.
- Rhoades, B. L., Warren, H. K., Domitrovich, C. E., & Greenberg, M. T. (2010). Examining the link between preschool social-emotional competence and first grade academic achievement: The role of attention skills. *Early Childhood Research Quarterly*, 26(2), 182-191.
- Steen, L. A. (1987). Mathematics education: A predictor of scientific competitiveness. *Science*(237), 251-253.
- Tempelaar, D. (2011). *Summer schools in Maastricht.*

slo

nationaal  
expertisecentrum  
leerplan-  
ontwikkeling